

Stabilire per quali valori del parametro k i tre piani α , β , γ di equazione rispettivamente $2x + y - z = 5$, $x + (k + 2)y - 2z = 1$, $(k + 1)x + y - z = 2$ appartengono ad uno stesso fascio e scrivere le equazioni del sostegno .

Tre piani fanno parte dello stesso fascio proprio se e solo se il sistema risolvete ammette rango 2.

Si avrà dunque che :

$$\begin{cases} 2x + y - z = 5 \\ x + (k + 2)y - 2z = 1 \\ (k + 1)x + y - z = 2 \end{cases}$$

$$A_C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 5 \\ 1 & k + 2 & -2 & 1 \\ k + 1 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 & 5 \\ -2 & k + 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & k + 1 & 2 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 & 5 \\ 0 & k & -3 & -9 \\ 0 & 0 & k - 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{l} 1^{\wedge}_c \leftrightarrow 3^{\wedge}_c \\ 2^{\wedge}_r \rightarrow 2^{\wedge}_r - 2(1^{\wedge}_r) \\ 3^{\wedge}_r \rightarrow 3^{\wedge}_r - (1^{\wedge}_r) \end{array}$$

da ciò deriva che non esiste alcun valore di k tale che il rango del sistema $r(A) = r(A_C)$, sia 2 .
Quindi non esiste nessun sostegno dal momento che non esiste il fascio.