Discutere e risolvere (quando possibile) , al variare del parametro reale *k* , il seguente sistema di vincoli lineari :

$$\begin{aligned}&(\operatorname{sen} k)x+2y=1\\&2x+y=\cos k\\&2x+y=0\end{aligned}$$

Dare un'interpretazione geometrica dei risultati .

<u>Svolgimento</u> :

Portando a forma ridotta la matrice completa del sistema :

$$A_C=\begin{pmatrix}\operatorname{sen} k & 2 & 1\\ 2 & 1 & \cos k\\ 2 & 1 & 0\end{pmatrix}\underset{2^\wedge_c\leftrightarrow 1^\wedge_c}{\cong}\begin{pmatrix}2 & \operatorname{sen} k & 1\\ 1 & 2 & \cos k\\ 1 & 2 & 0\end{pmatrix}\underset{\substack{2^\wedge_r\to 2\cdot 2^\wedge_r-1^\wedge_r\\ 3^\wedge_r\to 2\cdot 3^\wedge_r-1^\wedge_r}}{\cong}\begin{pmatrix}2 & \operatorname{sen} k & 1\\ 0 & 4-\operatorname{sen} k & 2\cos k-1\\ 0 & 4-\operatorname{sen} k & -1\end{pmatrix}\underset{3^\wedge_r\to 3^\wedge_r-2^\wedge_r}{\cong}\begin{pmatrix}2 & \operatorname{sen} k & 1\\ 0 & 4-\operatorname{sen} k & 2\cos k-1\\ 0 & 0 & -2\cos k\end{pmatrix}$$

a) Se $-2\cos k\neq 0 \quad\Rightarrow\quad k\neq\frac{\pi}{2}+h\pi$ il sistema non ammette soluzioni poiché

$$r(A)=2 \quad\neq\quad r(A_C)=3$$

b) Se $-2\cos k=0 \quad\Rightarrow\quad k=\frac{\pi}{2}+h\pi$ il sistema diventa :

$$\begin{cases}\pm x+2y=1\\ 2x+y=0\\ 2x+y=0\end{cases}$$

e risolvendo si ha : $\begin{cases}|x|+2y=1\\ y=-2x\end{cases}\quad\Rightarrow\quad\begin{cases}x=-\frac{1}{3}\\ y=\frac{2}{3}\end{cases}\quad e\quad\begin{cases}x=-\frac{1}{5}\\ y=\frac{2}{5}\end{cases}$

e geometricamente il significato porta a due rette incidenti in un punto.