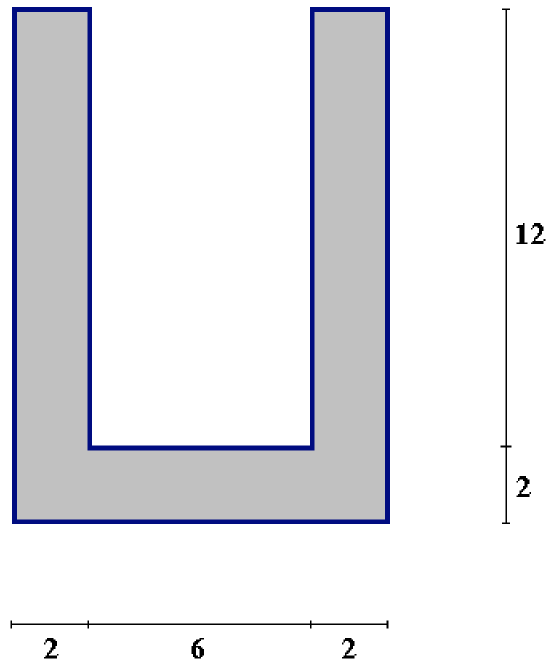
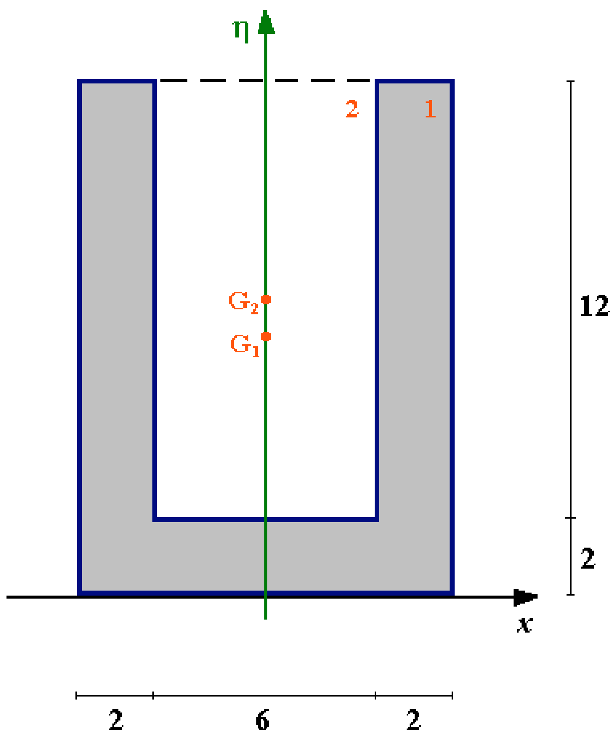
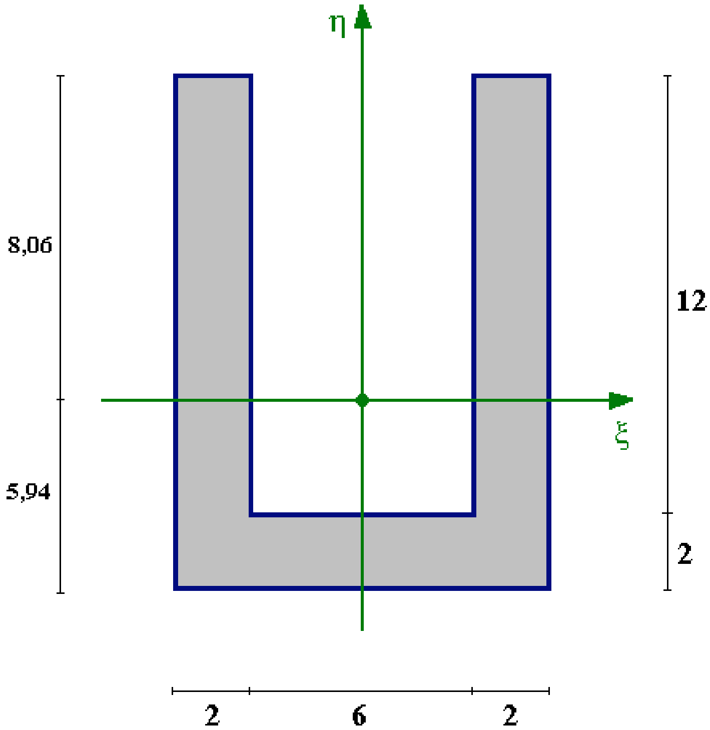
Determinare il nocciolo centrale d'inerzia per il seguente sistema di masse (per il quale le misure sono espresse in cm).



Calcoliamo l'ordinata (l'ascissa è nulla trovandosi sull'asse di simmetria del sistema) del baricentro (G):



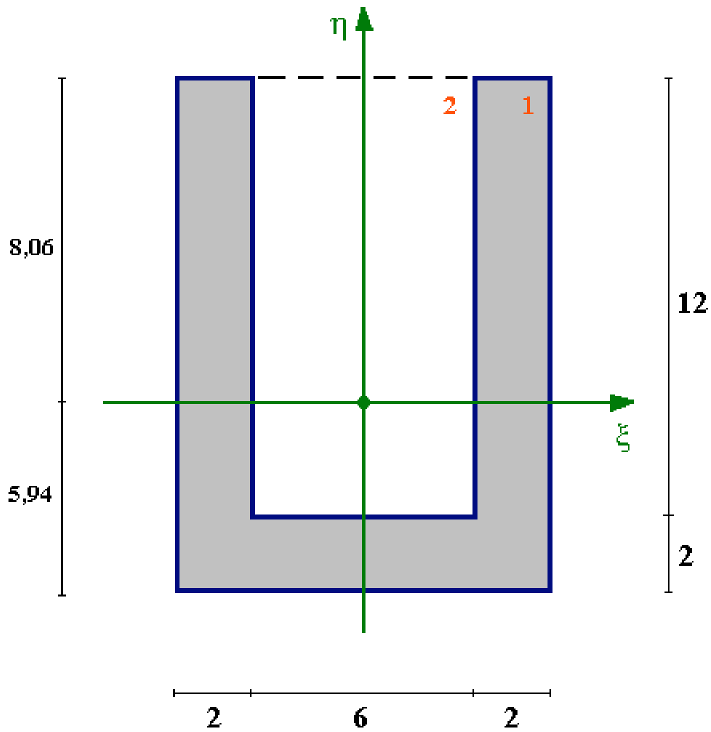
$$y_G = \frac{S_x}{A} = \frac{S_{x1} - S_{x2}}{A_1 + A_2} = \frac{140 \cdot 7 - 72 \cdot 8}{140 - 72} = \frac{404}{18} = 5{,}94\ cm$$



Determiniamo i **momenti principali centrali d'inerzia** :

Ricordando le formule del momento d'inerzia rispetto ad assi baricentrici in un rettangolo ed il teorema del trasporto:

$$\boxed{J_\xi = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad , \quad J_\eta = \frac{b^3 \cdot h}{12} \quad , \quad J_r = J_0 + A \cdot d^2}$$



si ha :

$$J_\xi = J_{\xi 1} - J_{\xi 2} = \frac{10\cdot 14^3}{12} + 140\cdot(1{,}06)^2 - \left(\frac{6\cdot 12^3}{12} + 72\cdot(0{,}06)^2\right) = 1579{,}71 \quad cm^4$$

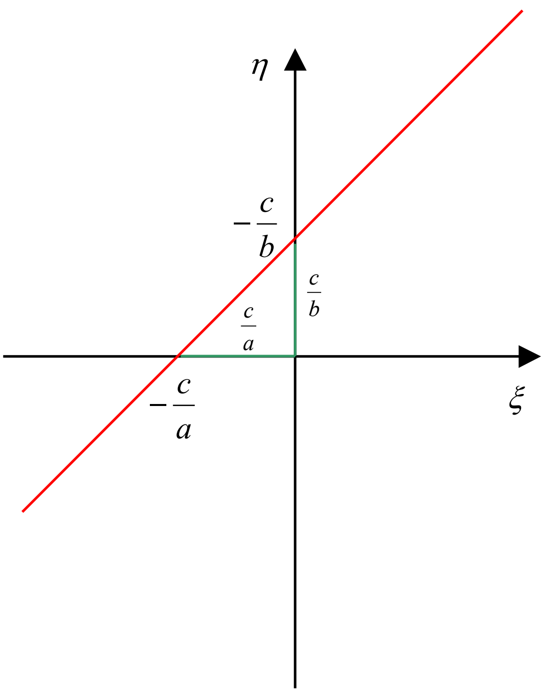
$$J_\eta = J_{\eta 1} - J_{\eta 2} = \frac{10^3\cdot 14}{12} - \frac{6^3\cdot 12}{12} = 950{,}66 \quad cm^4$$

e quindi per i raggi giratori d'inerzia : $\rho_\xi = \pm\sqrt{\frac{J_\xi}{A}}$, $\rho_\eta = \pm\sqrt{\frac{J_\eta}{A}}$

$$\rho_\xi^{\,2} = \frac{1579{,}71}{68} = 23{,}23 \quad cm^2 , \qquad \rho_\eta^{\,2} = \frac{950{,}66}{68} = 13{,}98 \quad cm^2$$

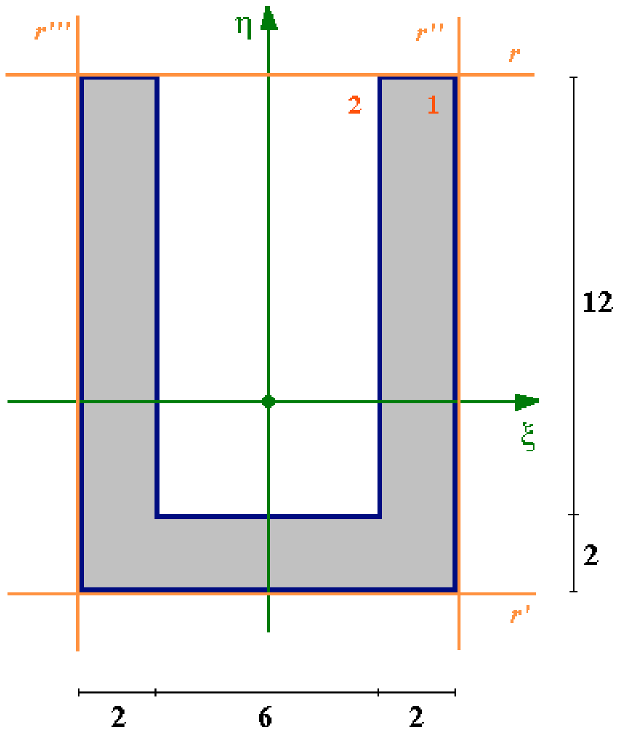
Dall'equazione cartesiana di una retta : $ax + by + c = 0 \;\Rightarrow\; \frac{a}{c}x + \frac{b}{c}y + 1 = 0$ si ha che :

$$\begin{cases} \frac{a}{c}x + \frac{b}{c}y + 1 = 0 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{c}{b} \\ x = 0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} \frac{a}{c}x + \frac{b}{c}y + 1 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{c}{a} \\ y = 0 \end{cases}$$



N. B. I coefficienti dell'equazione segmentaria della retta sono i reciproci dei segmenti *c/a* e *c/b* , individuati dalla retta sugli assi , con i segni positivi se i segmenti sono individuati nei semiassi negativi e viceversa .

Assumiamo come rette antipolari del sistema , quelle inviluppanti il sistema stesso .



Partendo dalla retta *r* calcoliamo il suo centro relativo (antipolo) .

La retta data assume come equazione : $-\frac{1}{8{,}06}\eta + 1 = 0$ e ricordando le coordinate del

centro relativo di una retta : $\xi_R = \frac{c}{a} \cdot \rho_\eta^{\,2}$; $\eta_R = \frac{c}{b} \cdot \rho_\xi^{\,2}$

$$\xi_R = 0 \quad ; \quad \eta_R = -\frac{1}{8{,}06} \cdot 23{,}23 = -2{,}88 \quad cm \quad \Rightarrow \quad R\left(0 \,; -2{,}88 \right)$$

Per la retta *r''* il suo centro relativo (antipolo) si ottiene :

La retta data assume come equazione : $-\frac{1}{5}\xi + 1 = 0$ e ricordando le coordinate del

centro relativo di una retta : $\xi_R = \frac{c}{a} \cdot \rho_\eta^{\,2}$; $\eta_R = \frac{c}{b} \cdot \rho_\xi^{\,2}$

$$\xi_R = -\frac{1}{5} \cdot 13{,}98 = -2{,}79 \quad cm \qquad ; \qquad \eta_R = 0 \qquad \Rightarrow \qquad R''\left(-2{,}79 \, ; 0 \right)$$

Per la retta *r'* il suo centro relativo (antipolo) si ottiene :

La retta data assume come equazione : $\frac{1}{5{,}94}\eta + 1 = 0$ e ricordando le coordinate del

centro relativo di una retta : $\xi_R = \frac{c}{a} \cdot \rho_\eta^{\,2} \qquad ; \qquad \eta_R = \frac{c}{b} \cdot \rho_\xi^{\,2}$

$$\xi_R = 0 \qquad ; \qquad \eta_R = \frac{1}{5{,}94} \cdot 23{,}23 = 3{,}91 \quad cm \qquad \Rightarrow \qquad R'\left(0 \, ; 3{,}91 \right)$$

essendo la retta *r'''* simmetrica della retta *r''* rispetto al sistema Oξη , anche i centri relativi lo sono e quindi possiamo disegnare il nocciolo d'inerzia .