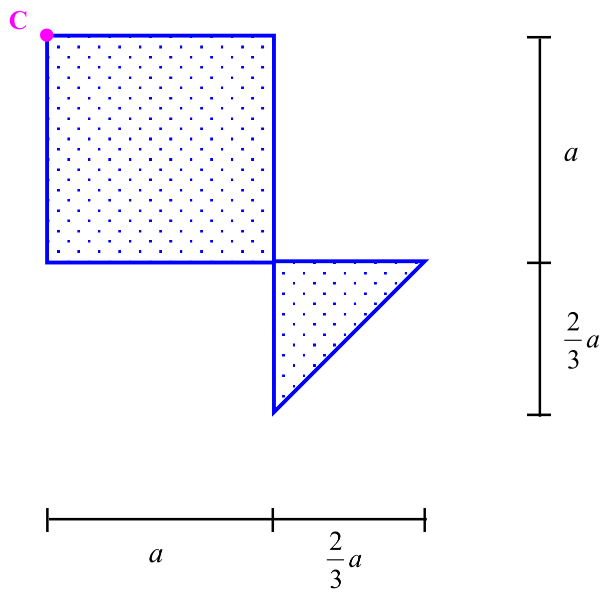
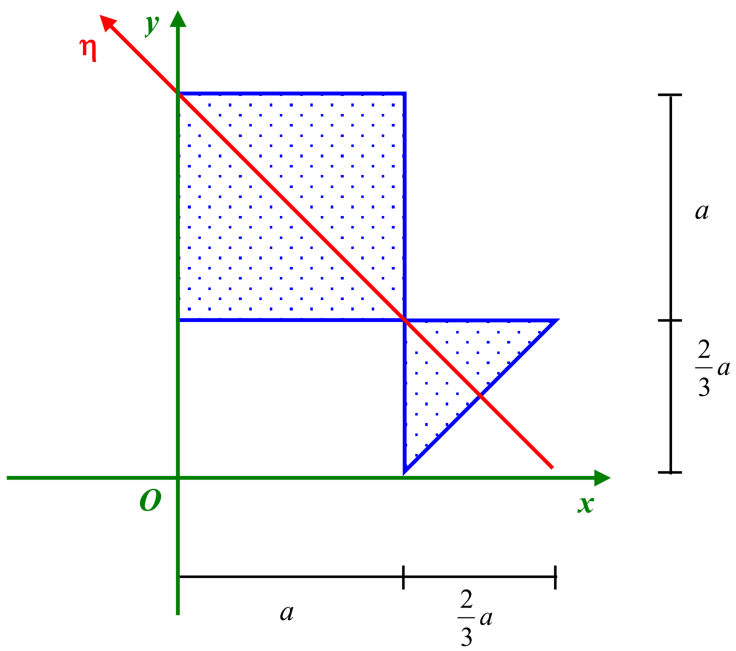
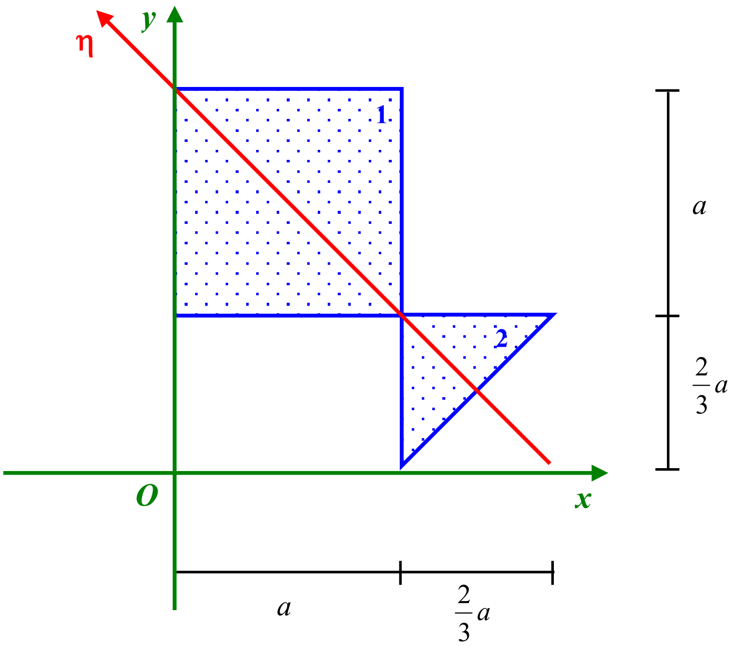
Dato il sistema di masse (aree) riportato in figura (zona puntinata), determinare la posizione della retta antipolare del punto C.



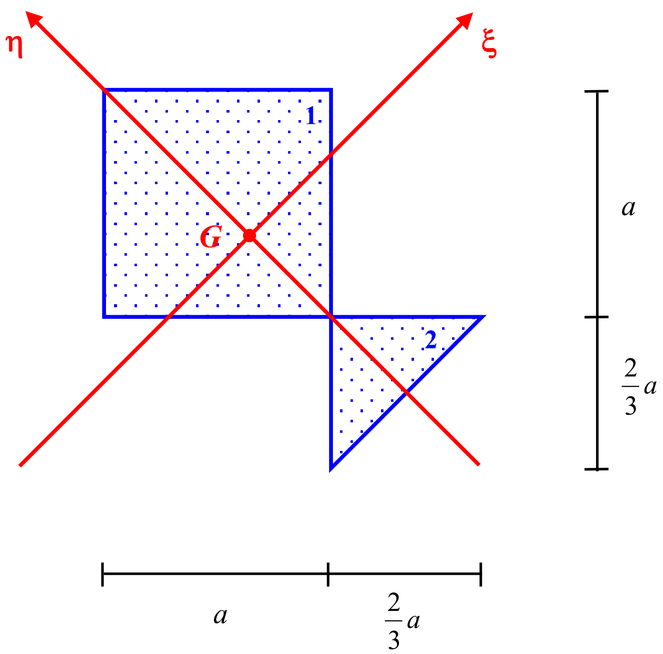
Svolgimento :

Poichè il sistema possiede un **asse di simmetria** inclinato a 45°questo oltre ad essere asse baricentrico del sistema è anche **asse principale centrale d'inerzia** e quindi il baricentro ha coordinate uguali $x_G = y_G$ rispetto al sistema *Oxy*.





$$x_G = \frac{S_y}{A} \quad \Rightarrow \quad x_G = \frac{S_{y1}+S_{y2}}{A_1+A_2} = \frac{a^2\cdot\left(\frac{1}{2}a\right)+\frac{2}{9}a^2\cdot\left(\frac{2}{9}a+a\right)}{a^2+\frac{2}{9}a^2} = \frac{125}{198}a \;\; (0{,}63a)$$



Calcolando i momenti d'inerzia si ha :

$$I_\xi = I_{\xi 1} + I_{\xi 2} \quad \Rightarrow \quad \frac{a^4}{12} + a^2 \cdot \left(\frac{13\sqrt{2}}{99} a \right)^2 + \frac{\frac{2\sqrt{2}}{3} a \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{3} a \right)^3}{36} + \frac{2}{9} a^2 \cdot \left(\frac{11\sqrt{2}}{9} a - \frac{125\sqrt{2}}{198} a \right)^2 = 0{,}275 a^4$$

$$I_\eta = I_{\eta 1} + I_{\eta 2} \quad \Rightarrow \quad \frac{a^4}{12} + \frac{\frac{\sqrt{2}}{3} a \cdot \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} a \right)^3}{48} = 0{,}091 a^4$$

I relativi raggi giratori d'inerzia :

$$\rho^2{}_\xi = \frac{I_\xi}{A} = 0{,}275 a^4 \cdot \frac{0{,}818}{a^2} = 0{,}225 a^2$$

$$\rho^2{}_\eta = \frac{I_\eta}{A} = 0{,}091 a^4 \cdot \frac{0{,}818}{a^2} = 0{,}074 a^2$$

La retta antipolare assume come equazione : $\frac{a}{c}\xi + \frac{b}{c}\eta + 1 = 0$, e poiché le coordinate di C rispetto ad $O\xi\eta$ sono date da : $C\left(0\,;0{,}88a \right)$ ricordando le relazioni che legano il centro relativo con la retta $\frac{\xi_R}{\rho_\eta^2} = \frac{a}{c}$; $\frac{\eta_R}{\rho_\xi^2} = \frac{b}{c}$, si ha :

$$\frac{a}{c} = 0 \quad ; \quad \frac{b}{c} = 0{,}88a \cdot \frac{1}{0{,}225 a^2} = \frac{3{,}9}{a} \quad \Rightarrow \quad \frac{3{,}9}{a}\eta + 1 = 0$$ equazione retta antipolare.