

Studiare la seguente funzione ( è richiesto lo studio di  $f''(x)$  e la ricerca degli eventuali asintoti obliqui ) :

$$f(x) = 1 - \ln \frac{x^2 - 4}{x^2 - 9}$$

**1. Dominio :**  $\forall x \in \mathbb{R} : \frac{x^2 - 4}{x^2 - 9} > 0 \Rightarrow x < -3, -2 < x < +2, x > +3$

Poichè la funzione è **pari**, lo studio viene limitato al semipiano delle ascisse positive ( $x \geq 0$ )

**2. Intersezione assi :**

$$\begin{cases} y = 1 - \ln \frac{x^2 - 4}{x^2 - 9} \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 - \ln \frac{4}{9} \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 - \ln \frac{x^2 - 4}{x^2 - 9} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 - \ln \frac{x^2 - 4}{x^2 - 9} = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ln \frac{x^2 - 4}{x^2 - 9} = \ln e \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (1 - e)x^2 = 4 - 9e \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = +\sqrt{\frac{9e - 4}{e - 1}} \\ y = 0 \end{cases}$$

**3. Segno  $f(x) > 0$  :**

$$1 - \ln \frac{x^2 - 4}{x^2 - 9} > 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 4}{x^2 - 9} < e \Rightarrow \frac{(e - 1)x^2 + 4 - 9e}{x^2 - 9} > 0$$

$$\Rightarrow 0 < x < 2, x > +\sqrt{\frac{9e - 4}{e - 1}}$$

#### 4. Limiti :

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} 1 - \ln \frac{x^2 - 4}{x^2 - 9} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} 1 - \ln \frac{x^2 - 4}{x^2 - 9} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 - \ln \frac{x^2 - 4}{x^2 - 9} = 1 - \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \left[ \frac{x^2 \left( 1 - \frac{4}{x^2} \right)}{x^2 \left( 1 - \frac{9}{x^2} \right)} \right] = 1$$

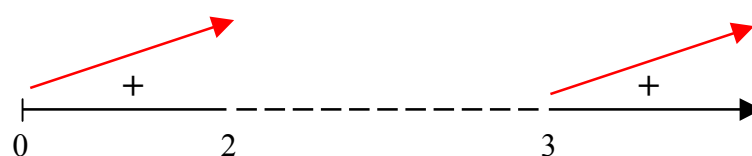
#### 5. Asintoti :

$x = 2$  ,  $x = 3$  Asintoto verticale  $y = 1$  Asintoto orizzontale

#### 6. Derivata 1<sup>^</sup> :

$$f'(x) = \frac{\frac{2x(x^2 - 9) - 2x(x^2 - 4)}{(x^2 - 9)^2}}{\frac{(x^2 - 4)}{(x^2 - 9)}} = \frac{10x}{(x^2 - 9)(x^2 - 4)}$$

$$f'(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} : 0 < x < 2 \quad , \quad x > 3$$



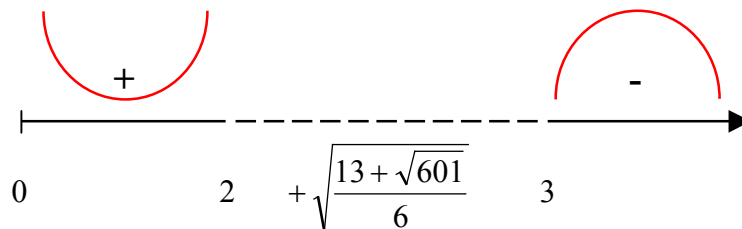
$$f(0) = 1 - \ln \frac{4}{9} \Rightarrow P\left(0, 1 - \ln \frac{4}{9}\right) \text{ max. relativo}$$

## 6. Derivata 2^a :

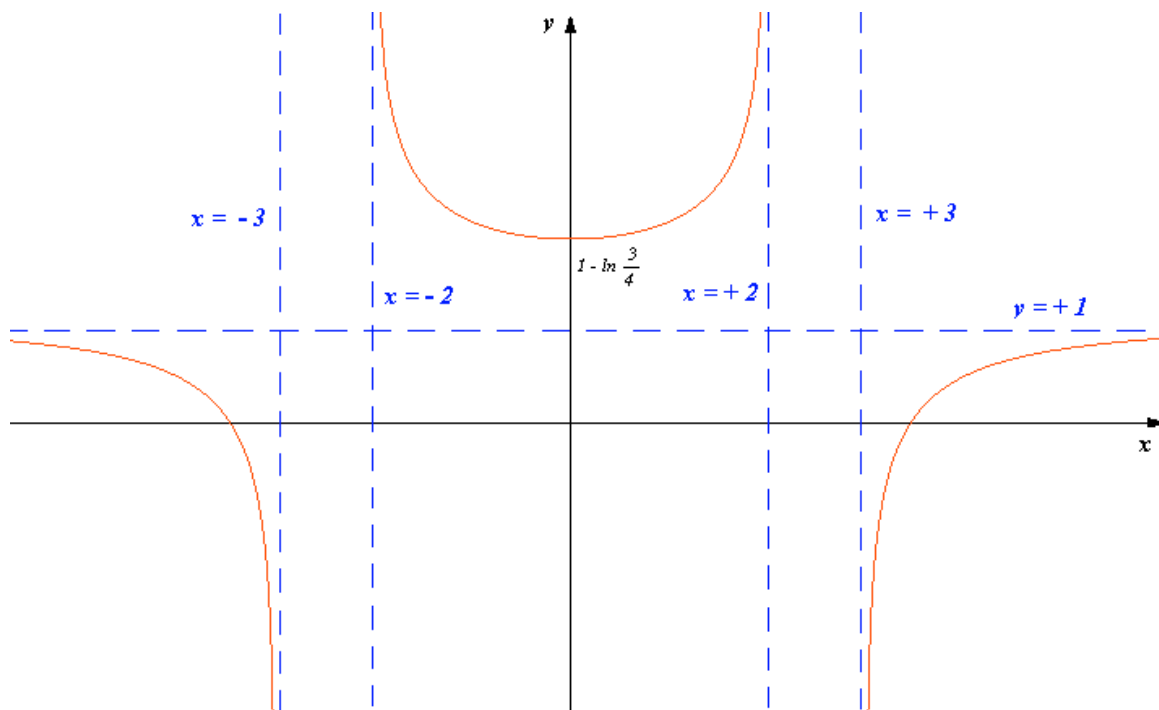
Allo stesso modo :

$$f''(x) = \frac{10(x^2 - 9)(x^2 - 4) - 10x[2x(x^2 - 4) + 2x(x^2 - 9)]}{(x^2 - 9)^2(x^2 - 4)^2} = \frac{-10(3x^4 - 13x^2 - 36)}{(x^2 - 9)^2(x^2 - 4)^2}$$

$$f''(x) > 0 \quad 3x^4 - 13x^2 - 36 < 0 \Rightarrow -\sqrt{\frac{13 + \sqrt{601}}{6}} < x < +\sqrt{\frac{13 + \sqrt{601}}{6}}$$



E il grafico :



---

## Vuoi essere informato degli aggiornamenti del sito e dei nuovi esercizi inseriti?

“ Seguici su Facebook! ” :

<http://www.facebook.com/home.php#!/pages/Esercizi-svolti-di-Matematica-Statica-e-Scienza-delle-Costruzioni/164647971830>

### Può interessarti sapere che:

- La sezione degli **esercizi di Matematica** è aggiornata frequentemente, puoi consultarla direttamente da questo link: <http://www.ystudio.it/site/index.php/Esercizi-di-Matematica-1/>
- Per lo studio delle Funzioni assume importanza fondamentale lo **studio dei limiti e degli asintoti**, puoi scaricare gratuitamente la lezione completa con i metodi risolutivi gli schemi e molti esercizi svolti qui: <http://www.ystudio.it/site/index.php/Esercizi-di-Matematica-1/lezione-ed-esercizi-sui-limiti-e-sugli-asintoti.html>
- La tabella completa con **le Formule delle Derivate** può essere scaricata e stampata da: **Guida allo studio di una funzione** (<http://www.ystudio.it/site/index.php/Esercizi-di-Matematica-1/guida-allo-studio-di-funzione.html> )
- Puoi scaricare le **lezioni gratuite del Corso on line di Algebra di base** dove vengono approfondite le proprietà e le metodologie di calcolo delle equazioni e disequazioni per i seguenti argomenti:

#### **Irrazionali :**

<http://www.ystudio.it/site/index.php/Home/Algebra-di-base/25-Lezione-4-Radicali-Equazioni-e-disequazioni-irrazionali.html>

#### **Logaritmi:**

<http://www.ystudio.it/site/index.php/Home/Algebra-di-base/26-Lezione-5-Logaritmi-Equazioni-e-Disequazioni-logaritmiche.html?pop=0>

**Esponenziali e Valore assoluto :** <http://www.ystudio.it/site/index.php/Home/Algebra-di-base/27-Lezione-6-Equazioni-e-disequazioni-esponenziali-Valore-assoluto.html?pop=0>

#### **Elementi di Goniometria:**

<http://www.ystudio.it/site/index.php/Home/Algebra-di-base/28-Lezione-7-Goniometria-Le-funzioni-sin-cosx-tgx.html?pop=0>

#### **Equazioni e disequazioni goniometriche:**

<http://www.ystudio.it/site/index.php/Home/Algebra-di-base/29-Lezione-8-Equazioni-e-disequazioni-goniometriche.html?pop=0>

#### **Fratte, fattoriali, sistemi:**

<http://www.ystudio.it/site/index.php/Home/Algebra-di-base/24-Lezione-3-Disequazioni-algebriche.html>

Hai la possibilità di accedere alle lezioni del nostro **Corso on line sullo studio di funzione** con oltre 262 esercizi *dettagliatamente svolti*:

<http://www.ystudio.it/site/index.php/Home/Studio-di-funzione/Vedi-tutti-i-prodotti.html>

## Hai dei suggerimenti da darci, vuoi che siano pubblicati degli esercizi?

Non esitare a contattarci, mandaci una e mail: [info@ystudio.it](mailto:info@ystudio.it)

**Ystudio Corsi lezioni ed esercizi on line di Matematica, Statica e Scienza delle costruzioni**

[www.ystudio.it/site](http://www.ystudio.it/site)