Risolvere:

$y''-4y'+4y=e^{-x}$

Dall'equazione caratteristica :

$\lambda^2-4\lambda+4=0 \quad \Rightarrow \quad \left| \begin{array}{l} \lambda_1=2 \\ \lambda_2=2 \end{array} \right.$

e quindi un integrale generale dell'equazione è dato da : $y(x)=c_1e^{2x}+c_2xe^{2x}+\varphi(x)$

determiniamo ora l'integrale particolare $\varphi(x)=ae^{-x}$

$\varphi'(x)=-ae^{-x}$
$\varphi''(x)=ae^{-x}$

sostituendo nell'equazione di partenza si ha :

$ae^{-x}-4(-ae^{-x})+4(ae^{-x})=e^{-x}$
$9ae^{-x}=e^{-x}$

da cui : $\{9a=1 \quad \Rightarrow \quad \{ a=\frac{1}{9}$

e infine si ha : $y(x)=c_1e^{2x}+c_2xe^{2x}+\frac{e^{-x}}{9}$