Risolvere:

$y'''-y''=2\operatorname{sen}x$

Dall'equazione caratteristica :

$$\lambda^3-\lambda^2=0 \quad\Rightarrow\quad \lambda^2(\lambda-1)=0 \quad\Rightarrow\quad \left|\begin{array}{l}\lambda_1=0\\ \lambda_2=0\\ \lambda_3=1\end{array}\right.$$

e quindi un integrale generale dell'equazione è dato da :

$$y(x)=c_1+c_2x+c_3e^x+\phi(x)$$

determiniamo ora l'integrale particolare $\varphi(x)=a\operatorname{sen}x+b\cos x$

$$\begin{aligned}&\varphi'(x)=a\cos x-b\operatorname{sen}x\\ &\varphi''(x)=-a\operatorname{sen}x-b\cos x\\ &\varphi'''(x)=-a\cos x+b\operatorname{sen}x\end{aligned}$$

sostituendo nell'equazione di partenza si ha :

$$-a\cos x+b\operatorname{sen}x-(-a\operatorname{sen}x-b\cos x)=2\operatorname{sen}x$$

$$-a\cos x+b\cos x+b\operatorname{sen}x+a\operatorname{sen}x=2\operatorname{sen}x$$

da cui : $\begin{cases}-a+b=0\\ b+a=2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a=1\\ b=1\end{cases}$

e infine si ha : $y(x)=c_1+c_2x+c_3e^x+\operatorname{sen}x+\cos x$