Nel fascio di piani di asse la retta congiungente i punti $P_1(2,2,3)$ e $P_2(1,2,4)$ determinare quello parallelo alla retta $r:\begin{cases} x=3z-1 \\ y=z \end{cases}$

Dall'equazione della retta passante per due punti : $\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}=\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}$

La retta congiungente i punti P_1 e P_2 è data da : $\begin{cases} \dfrac{x-2}{1-2}=\dfrac{z-3}{4-3} \\ y-2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+z-5=0 \\ y-2=0 \end{cases}$

Ricordando l'equazione del fascio di piani di asse una retta data si ottiene :

$$\alpha): \quad \lambda(x+z-5)+\mu(y-2)=0 \quad \Rightarrow \quad \vec{v_\alpha}=(\lambda,\mu,\lambda)$$

Portando quindi la retta r in forma parametrica $r:\begin{cases} x=-1+3t \\ y=t \\ z=t \end{cases} \Rightarrow \vec{v_r}=(3,1,1) \,||\, r$

e imponendo la condizione di parallelismo tra piano e retta si ha :

$$\alpha \,||\, r \quad \Rightarrow \quad \vec{v_\alpha} \perp \vec{v_r} \quad \Rightarrow \quad \vec{v_\alpha}\cdot\vec{v_r}=0 \quad \Rightarrow \quad 3\lambda+\mu+\lambda=0 \quad \Rightarrow \quad 4\lambda+\mu=0$$

posto $\lambda=1 \quad \Rightarrow \quad \mu=-4$ e di qui sostituendo nell'equazione del fascio si ha il piano richiesto :

$$\alpha): \quad x-4y+z+3=0$$